

Wiskunde aan de Stichtse Vrije School

B.J. Geels

2017

Inhoudsopgave

1	Algemene informatie	1
1.1	<i>Het doel van de wiskundelessen</i>	1
1.2	<i>Lesvormen</i>	1
1.2.1	Periodes	1
1.2.2	Vaklessen	2
1.2.3	Practicum	2
1.3	<i>Methode</i>	3
1.3.1	Aan de leraar	3
1.3.2	Aan de leerling (en de ouders)	4
2	Het leerplan wiskunde	5
3	Examenvoorbereiding	5
3.1	<i>Vijf soorten wiskunde</i>	5
3.1.1	Wiskunde A	6
3.1.2	Wiskunde B	6
3.1.3	Wiskunde C	6
3.1.4	Wiskunde D	6

1 Algemene informatie

1.1 Het doel van de wiskundelessen

Heel vaak wordt er niet aan het nut van de lessen wiskunde getwijfeld. Maar als je eens goed oplet op wat men zoal als dagelijkse bezigheid heeft, dan komt daar maar weinig wiskundige vaardigheid in voor. Dat geldt voor iedereen, behalve voor een kleine groep mensen die een beroep uitoefenen wat heel direct met wiskunde verbonden is, en ook daar zijn deze activiteiten vaak voorgeprogrammeerd of gestandaardiseerd. Dat geldt niet voor het rekenen, dat komen we allemaal in de dagelijkse praktijk op verschillende moeilijkheidsgraden tegen. Wiskunde leer je dus eigenlijk niet om het ook echt te gebruiken. Een van de vele mogelijkheden van de mens is het denken. Het denken in oorzaken en gevolgen, in **patronen** en **verbanden**. Heel concreet soms maar ook vaak heel abstract. De wiskunde is niet alleen voortgekomen uit de gedachten die de mens in de loop van de geschiedenis aan zijn omgeving heeft gevormd, maar is ook heel geschikt om de menselijke mogelijkheid om abstract te denken te ontwikkelen. Dat zijn de eigenlijke doelen van de lessen wiskunde. Het ontwikkelen van het (abstracte) denken.

Oud collega Jan Steenbruggen heeft daar een uitgebreid stuk over geschreven waarbij de ontwikkeling van het denken in de verschillende leerjaren tot in detail en met voorbeelden beschreven wordt.

1.2 Lesvormen

Het vak wiskunde is samen met het vak Nederlands het enige vak aan de vrijescholen wat zowel in periodes als in vaklessen gegeven wordt.

Bij de wiskunde kan je dan ook twee totaal verschillende gebieden onderscheiden. Aan de ene kant zijn er de “grote gedachten”. Daarmee wordt bedoeld de grote ontdekkingen in de wiskunde of bijvoorbeeld een totaal nieuwe kijk op getallen of op meetkundige figuren. Deze “grote gedachten” worden in de periodelessen behandeld. De leerlingen kunnen als het ware de historische ontdekking meebeleven door zich gedurende een aantal weken geheel in het probleem onder te dompelen. Waarbij de leerlingen deze gedachten als het ware als een beeld, een totaaloverzicht, voor zich kunnen zien.

Aan de andere kant is er ook de vaardigheid. Deze kan je niet opdoen met een eenmalige kennismaking, daar is regelmatige oefening met kleine stappen en herhaling over langere tijd nodig.

1.2.1 Periodes

In elk leerjaar zijn er twee, soms drie periodes wiskunde. In de oorspronkelijk opzet van het leerplan voor de vrijescholen waren dat periodes van vier weken, maar door allerlei keuzes die er in de loop van de jaren gemaakt zijn gaat het vaak om periodes van slechts twee weken. Aan de leraren de taak om in deze korte tijd toch een mooi en kunstzinnig gebracht beeld van het onderwerp weer te geven. Aan de leerlingen de taak om zich geheel in stof in te leven en deze esthetisch weer te geven in het periodeschrift.

In de periodes wordt geen gebruik gemaakt van een leerboek. De leerlingen maken eigenlijk aan de hand van hetgeen de leraar vertelt en eigen boek, het periodeschrift. Wel zijn er voor sommige periodes bundels met opgaven.

In klas 7 en 8 worden de periodes altijd in klasseverband gegeven, dus in volledig heterogene groepen. In klas 9 wordt de derde periode (goniometrie) gegeven in dezelfde groepen als de vaklessen. In klas 10 en 11 zijn de periodes ook in niveaugroepen, dezelfde als in de vaklessen. Uitzondering hierop is de periode projectieve meetkunde. Deze meetkunde gaat uit van zeer elementaire meetkundige verbanden. Ze werkt niet door op vaardigheden, waarin de leerlingen soms zeer ver uit elkaar gegroeid zijn. Daarom is het mogelijk om deze laatste periode in klasseverband te geven. In klas 12 zijn er geen periodes wiskunde meer.

1.2.2 Vaklessen

In de vaklessen wiskunde gaat het, zoals gezegd, vooral om de vaardigheden die de leerlingen in dit vak mogen ontwikkelen. Daarin lopen de niveaus vaak sterk uiteen. Dat is de reden dat in klas 7 en 8 al in de lessen gedifferentieerd wordt en dat de vaklessen in klas 9 en hoger in niveaugroepen gegeven worden.

Deze differentiatie wordt steeds zoveel mogelijk open gelaten. Dat wil zeggen dat in klas 7 en 8 de beoordeling en de keuze van de moeilijkheidsgraad misschien van week tot week kunnen worden aangepast. In klas 9 zijn er verschillende momenten waarop leerlingen van de ene groep naar de andere kunnen gaan. (Niet op eigen initiatief of dat van de ouders, maar steeds op advies van de gehele lerarenvergadering)

1.2.3 Practicum

Naast de vaklessen en de periodes is er nog een week in klas 10 waarin de leerlingen de meetkunde die ze tot dan toe onder de knie hebben gekregen in praktijk gaan brengen. Op een bepaalde manier is de meetkunde aan het einde van klas tien tot een einde gebracht. Als de leerlingen daarna verder gaan dan komen ze in de wiskunde die algemeen gesproken tot de “hogere wiskunde” gerekend wordt. Dan gaan ze verder met differentiaalrekenen en integraalrekenen en niet euclidische meetkunde. Einde klas 10 zijn de fundamenteen gelegd van de klassieke meetkunde (de vaardigheden daarin worden in klas 11 en 12 natuurlijk nog veel verder uitgewerkt). Dan komt aan het einde van klas 10 de week waarin het landmeten beoefend wordt. De leerlingen gaan dan naar een landgoed in de omgeving van Zeist en doen daar wiskunde meetoefeningen uit de geodesie. Natuurlijk worden ze niet opgeleid tot kadaster-landmeter, maar de wiskundige vaardigheden worden toegepast op de landmeetkundige principes die wel door die landmeters gebruikt worden (“werden”, de meeste landmeter werken tegenwoordig met dusdanig voorgeprogrammeerde instrumenten dat er niet veel meetkundige kennis meer nodig is).

In de vaklessen wiskunde B wordt dan aan het begin van klas 11 een practicum GEOGEBRA gegeven. De leerlingen leren een aantal vaardigheden in het schitterende meetkunde programma GEOGEBRA, die ze in de lessen meetkunde in klas 11 en 12 goed kunnen gebruiken.

Sommige leerlingen mogen in klas 10, 11 en 12 als extra vak wiskunde D kiezen. (Zie hieronder) Als ze dat doen en dus dan twee groot vakken wiskunde doen, wiskunde B en wiskunde D, dan is het zeer waarschijnlijk dat ze met dit vak een vervolgstudie willen gaan doen. Aangezien het zetsysteem $\text{\LaTeX}$ wereldwijd een standaard is voor de exacte vakken krijgen deze leerlingen een praktische opdracht waarmee ze vaardigheid in het zetten van wiskundige teksten op kunnen doen.

1.3 Methode

In de vaklessen in klas 7, 8 en 9 gebruiken we op de Stichtse Vrije School geen methode, in de zin dat er een boek wordt aangeschaft waarin precies staat wat de leraar moet zeggen en wat de leerlingen moeten doen. De methode die we hanteren is dat de leraar zelf (binnen zekere grenzen en afspraken, natuurlijk) de vrijheid heeft om te bespreken wat hij of zij denkt dat nodig is. Natuurlijk wordt er voortgebouwd op hetgeen in de periode als beeld is neergezet. In de vaklessen ligt echt de nadruk op het ontwikkelen van vaardigheden in de methodes en technieken.

We maken gebruik van opgavenbundels die ontwikkeld zijn door mijzelf, in samenspraak met de wiskunde leraren van de Stichtse Vrije School en met leraren van andere vrijescholen die van deze boekje gebruik maken. De boekjes bevatten eigenlijk alleen opgaven, voor elk leerjaar is er wel een boekje met een samenvatting van de theorie. De boekjes zijn niet geschikt voor zelfstudie. Het is echt de bedoeling dat de stof middels de leraar overgebracht wordt. Een leerling die lessen mist, mist echt iets. Dit is een grote motivatie om echt de lessen goed bij te wonen.

De boekjes worden elk jaar opnieuw op eenvoudige wijze in eigen beheer uitgegeven. Dat maakt het mogelijk om bijna van jaar tot jaar iets te wijzigen of aan te vullen. Volgorden te veranderen of onderwerpen aan te vullen. De leerkrachten zijn op deze manier steeds zelf verantwoordelijk voor het materiaal en hebben er ook echt invloed op.

In de klassen 7 en 8 zijn er antwoordbundels en in klas 9 staan antwoorden steeds achterin de boekjes. We vinden dat leerlingen in klas 9 de zelf discipline moeten kunnen opbrengen om niet de antwoordenlijsten over te schrijven en ook om niet met alleen een antwoord genoeg te nemen, maar ook argumenten en berekeningen tot de uitwerkingen van de opgaven te rekenen. Eventuele fouten in de antwoordenlijsten worden niet verzameld. De leerlingen moeten leren dat het oké is om fouten te maken en ze moeten verantwoordelijk zijn voor hun eigen correcties.

1.3.1 Aan de leraar

De wiskunde opgavenbundels zijn **ontwikkeld in een jarenlange praktijk** van wiskundelessen aan vrijescholen. Ze zijn ontstaan uit de behoefte om opgavenmateriaal geheel zelf en naar eigen inzichten samen te stellen, zonder dat er steeds losse stencils/kopieën uitgedeeld moeten worden. De gangbare boeken en opgavenbundels waren niet geschikt omdat daarin steeds een volgorde en manier van werken voorgeprogrammeerd was. Door de speciale manier van werken, met periodes en vaklessen, aan de vrijescholen bleken de

gangbare opgavenbundels en methoden absoluut niet aan te sluiten. De keuze was om òf de gehele werkwijze en de leerplanaanwijzingen van Dr. Steiner vaarwel te zeggen òf om veel geld uit te geven aan boeken die we nauwelijks zouden gebruiken. Veel goedkoper, verstandiger en efficiënter is het maken van eigen opgavenbundels.

De opgavenbundels zijn geen leerboek! De bundels zijn uitdrukkelijk bedoeld als een handzame verzameling opgaven om in de lessen te gebruiken. De stof zelf moet door de leerkracht zelf in de klassen behandeld worden. Geheel naar eigen inzicht en geheel volgens eigen methoden. Het onderwijs is en blijft een interactief spel tussen leerkrachten en leerlingen. Docenten die vragen hebben omtrent de stof zijn hierbij verwezen naar de VS-Wiki waar deze is beschreven. Daar vindt men ook didactische en methodische aanwijzingen.

De bundels bevatten een **grote hoeveelheid aan opgaven**. Veel meer dan waarschijnlijk nodig. De bedoeling is dat de docent een keuze heeft. Maar dat heeft tot gevolg dat de docent ook een keuze moet maken. Het is waarschijnlijk onmogelijk om alle onderwerpen die er in het leerplan voor een klas genoemd worden te behandelen als er ook nog geprobeerd wordt alle opgaven te maken.

Leerkrachten moeten vertrouwd zijn met de stof en de opgaven. Dan pas is het mogelijk om inspirerend les te geven. Hou het onderwijs **levend!** Het werken aan vaardigheden is belangrijk, maar al te vaak domineren vaardigheden alles en dan verdwijnt de liefde voor het onderwerp.

1.3.2 Aan de leerling (en de ouders)

Bij het werken aan de opgaven zou je de volgende aanwijzingen goed in het oog moeten houden.

- Werk in een net schrift. Meestal worden voor de wiskunde ruitjesschriften aanbevolen. Ik vind deze alleen handig voor sommige stukken meetkunde en voor opgaven waarin je grafieken moet tekenen. Dat wil zeggen voor klas 7 en 8 helemaal niet.
- Neem de opgave over in je schrift. Let daarbij goed op of je het wel goed overgenomen hebt.
- Je mag met potlood werken als je het nodig hebt om veel foutjes te verbeteren. Zorg dat het wel een potlood is dat duidelijke tekens mogelijk maakt. Een vulpen is mooi, maar vaak schrijven ze niet goed en krassen ze maar wat. Dat geeft alleen maar onduidelijke symbolen.
- Schrijf duidelijk en netjes. Niet met tekens die je nu eenmaal als handschrift eigen hebt gemaakt. Wiskunde is geen Nederlands. Het gaat om symbolen, die iets voorstellen. Als je een u en een 4 bijna het zelfde schrijft, of geen onderscheid maakt tussen een 9 een g of een y dat krijg je echt problemen. Je hoeft niet je handschrift te veranderen, maar je moet in de wiskunde andere tekens gaan leren.
- Schrijf voor de onbekende nooit een $\times$ maar een x . Een $\times$ is een teken voor vermenigvuldiging, waar je het gewone teken voor vermenigvuldiging ($\cdot$) niet wilt of kunt gebruiken.

- Schrijf vooral de mintekens duidelijk, niet te kort. Verbeter een min in een plus door een verticaal streepje, maar verbeter een plus nooit in een min. kras dan de hele + weg en schrijf er een minteken voor in de plaats.
- Geef nooit een antwoord zonder berekening of zonder tussenstappen. Je moet eraan wennen dat dat op proefwerken en toetsen volledig fout gerekend gaat worden.
- Zet een duidelijk streep onder je antwoord, of een kring eromheen.

Verder is het goed om te weten dat het geen probleem is als je worstelt met de opgaven. Moeite doen is goed, je leert er meer van en de beloning is des te groter. Het is geen probleem als je een opdracht niet kon uitvoeren, het is wel een probleem als je geen moeite hebt gedaan. Kies niet voor het gemak en kijk dus niet te snel naar antwoorden of uitwerkingen, blijf zelf proberen. Als je met hardlopen aan het trainen bent om beter te kunnen voetballen moet je ook niet voor het gemak een stukje met de bus gaan.

Als je huiswerkopgaven niet kon doen, neem dat je probeersels mee. Een bekwame leraar kan daar altijd nog wel iets goeds in vinden en je aanwijzen of je een kleine vergissing hebt gemaakt of iets helemaal niet begrepen hebt.

2 Het leerplan wiskunde

Het leerplan voor het vak wiskunde is beschreven in een apart document dat u ook op deze site kunt vinden.

3 Examenvorbereiding

Met ingang van klas 10 wordt er naast de bovengenoemde doelen ook gewerkt aan een voorbereiding voor het eindexamen. Bij de periodes maken we nog gebruik van opgavenbundels, net als bij de periodes in klas 7, 8 en 9. Maar in de vaklessen werken we met boeken uit de reeksen van Getal en Ruimte. De leerlingen zijn dan ook allemaal ingedeeld in niveaugroepen. Mavo, havo en vwo. De groepen havo en vwo zijn dan nog ingedeeld in wiskunde A en wiskunde B

3.1 Vijf soorten wiskunde

In klas 7, 8 en 9 is de wiskunde voor alle leerlingen eigenlijk hetzelfde. Al gaan de snelle groepen in klas 9 wel dieper op de stof in en worden moeilijker opgaven behandeld.

In klas 10 zijn er dan twee groepen die mavo gaan doen en deze doen de wiskunde die daarvoor vereist is. Voor de leerlingen die havo eindexamen gaan doen is er wiskunde A of wiskunde B. Voor leerlingen die vwo gaan doen zijn er zelfs vier soorten A, B, C en D.

3.1.1 Wiskunde A

Bij wiskunde A gaat het om onderwerpen die later mogelijk weer nodig zijn bij een vervolgopleiding. Bij studies zoals in de sector economie en natuur en milieu is wiskunde onmisbaar. In wiskunde A zit daarom een flink stuk statistiek en ICT. Ook moet je met functies en grafieken kunnen werken. Je moet op een wiskundige manier het verband tussen bijvoorbeeld vraag en aanbod weer kunnen geven. Ook bij sommige gezondheidopleidingen komt enige wiskunde-kennis goed van pas. Het onderdeel meetkunde zit niet in wiskunde A.

3.1.2 Wiskunde B

Bij wiskunde B komen onderwerpen aan bod die je later hard nodig zult hebben als je de exacte kant op gaat, bijvoorbeeld in de sector techniek of natuur en milieu. Er wordt veel aandacht besteed aan functies, veranderingen, ruimtemeetkunde en algebra. Je leert hoe je van allerlei figuren en voorwerpen de oppervlakte en inhoud kunt uitrekenen. Hoe exacter en technischer je vervolgopleiding, des te meer je wiskunde B nodig zult hebben. Het zijn meestal opleidingen waarvoor ook natuurkunde belangrijk of verplicht is. Ook voor universitaire studies zoals natuurkunde en scheikunde is wiskunde B verplicht. In wiskunde B zit geen statistiek. Wiskunde B is abstracter dan wiskunde A en de meeste leerlingen vinden wiskunde B moeilijker dan wiskunde A.

3.1.3 Wiskunde C

Wiskunde C is alleen bestemd voor vwo leerlingen met het profiel CM. Die gaan over het algemeen geen sterk wiskundige studies doen. Wiskunde C komt deels overeen met op wiskunde A. Er zit wel statistiek en kansrekening in en ook functies en grafieken. Logisch redeneren speelt een grote rol, maar ook een deel van ruimtemeetkunde zit in wiskunde C.

3.1.4 Wiskunde D

Wiskunde D biedt een verbreding en een verdieping van wiskunde B. De verdieping krijg je door een flinke uitbreiding van de toegepaste analyse. Dat betekent onder andere dat je met meer typen functies te maken krijgt dan bij wiskunde B. Onderwerpen zoals kansrekening en ruimtemeetkunde zijn niet moeilijker dan de onderwerpen die je bij wiskunde B krijgt. Andere onderwerpen kunnen wel wat pittiger zijn. Als je wiskunde D kiest is het belangrijk dat je wiskunde leuk vindt en dat je er veel tijd in wilt steken.

Leerplan wiskunde aan de vrijeschool

B.J. Geels

J. Steenbruggen

mei 2017

Inhoudsopgave

1	Inleiding	1
2	Zesde klas	1
2.1	<i>Ontwikkelingsdoelen</i>	1
2.2	<i>Inhouden</i>	2
3	Zevende klas	3
3.1	<i>Ontwikkelingsdoelen</i>	3
3.2	<i>Inhouden</i>	3
3.3	<i>Afsluiting en aandachtspunten</i>	4
3.4	<i>Perioden en vaklessen</i>	5
4	Achtste klas	5
4.1	<i>Ontwikkelingsdoelen</i>	5
4.2	<i>Inhouden</i>	5
4.3	<i>Perioden en vaklessen</i>	7
5	Negende klas	7
5.1	<i>Ontwikkelingsdoelen</i>	7
5.2	<i>Inhouden</i>	8
5.3	<i>Afsluiting en aandachtspunten</i>	9
5.4	<i>Perioden en vaklessen</i>	9
6	Tiende klas	10
6.1	<i>Ontwikkelingsdoelen</i>	10
6.2	<i>Inhouden</i>	10
6.3	<i>Perioden en vaklessen</i>	12
7	Elfde klas	12
7.1	<i>Ontwikkelingsdoelen</i>	12
7.2	<i>Inhouden</i>	12
7.3	<i>Afsluiting en aandachtspunten</i>	13
7.4	<i>Perioden en vaklessen</i>	13
8	Twaalfde klas	14
8.1	<i>Ontwikkelingsdoelen</i>	14

1 Inleiding

In dit document vindt u een opsomming van de stof zoals die naar ons inzicht in de verschillende klassen/leerjaren van de vrijeschool gegeven zou moeten worden. Dit stuk is een bewerking van het verslag van de vakontwikkelgroep wiskunde die in het kader van het project 2000 de wiskundestof op een rij heeft gezet. Het project 2000 is destijds (1998) door de Stichting Vrije Scholen opgezet om een antwoord te vinden op het verlies van het examenjaar, de dertiende klas. Dat viel min of meer samen met de introductie van de tweede fasestructuur in het middelbaar onderwijs.

Het moge duidelijk zijn dat de hier omschreven stofindeling bepaald niet ideaal is. Ten opzichte van het oorspronkelijke leerplan [4, 7] moest een flinke verschuiving naar voren gerealiseerd worden. Verder moet dit leerplan niet gezien worden als een wet. Het is steeds de bedoeling dat de leerkrachten en de school zelf bepalen wat er wanneer gebeurt. Dit stuk is voor die keuze een handvat.

2 Zesde klas

2.1 Ontwikkelingsdoelen

Voor leerlingen uit klas zes speelt het leggen van relaties een grote rol. Dat betreft relaties tussen dingen, mensen of getallen, maar het gaat ook om het leggen van oorzaak en gevolg relaties. Een uitgewerkt voorbeeld in deze is het spel “van boom tot schrift”. In dit voorbeeld wordt duidelijk dat het willen kopen van een schrift de oorzaak is die een compleet systeem van economische activiteiten op gang brengt.

In de wiskunde kunnen we dit ondersteunen door het leggen van relaties tussen getallen. Bijvoorbeeld is het onderzoeken van de deelbaarheid, wanneer is een getal deelbaar door zes?

In klas zes wordt het denken in die zin verder ontwikkeld dat daar voor het eerst het verstandelijke, intellectuele begrijpen om de hoek komt kijken [3]. Daar sluit de wiskunde bij aan door de eerste formules te maken, en deze te laten invullen. De voorbeelden worden gekozen uit de economische wereld, of uit de meetkunde, het gebied van de oppervlakte en inhoud berekeningen. De formules worden niet als zodanig gegeven of theoretisch afgeleid, maar ze moeten voortkomen uit een behoefte om, na een reeks van dezelfde opgaven, het werk te vereenvoudigen. Zo ontstaat de formule uit een abstraheren van de oplossingsregel. Het werken met deze formules geeft een eerste introductie op het letterrekenen, de algebra. In de zesde klas wordt dan een begin gemaakt met het letterrekenen. Het abstraherend vermogen kan zo ver ontwikkeld worden dat de notie ontstaat dat je voor dezelfde getallen dezelfde letters kunt gebruiken. Het blijft bij een voorbereiden op het gebruik van variabelen in de algebra.

De methode blijft in klas zes nog sterk berusten op de gevoelens van bewondering en verwondering. De onderwerpen worden steeds vanuit de praktijk geïntroduceerd en de opgaven moeten steeds voorstelbaar blijven. Zo is de vraag naar de waarde van anderhalve rijksdaalder een te hanteren voorstelling bij de opgave $1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2}$, maar bij een opgave als $3\frac{1}{7} : 2\frac{5}{9}$ kan men zich eigenlijk geen voorstelling maken.

Verder speelt de humor steeds een belangrijke rol. Dat kan er toe bijdragen dat de leerlingen in het rekenen plezier houden. Staartdelingen worden ‘leuk’ als er iets grappigs gebeurt. ($28083 : 23$ of $298224 : 456$), het geeft een stimulans om de volgende opgave ook te doen om te zien wat daar nu weer zal gebeuren.

Bij de meetkundige constructies wordt (net als bij de rekenopgaven op klas 1, 2, en 3) uit gegaan van het geheel van de cirkel, uitgaande van een esthetisch beleven van de figuren. Driehoeken, vierhoeken enz worden eerst op de cirkel geconstrueerd. Niet alleen

een beleven van de uiterlijke schoonheid van uitgewerkte constructies maar ook een beleven van de innerlijke schoonheid van de in elkaar grijpende en elkaar ondersteunende meetkundige fenomenen.

2.2 Inhouden

rekenen en algebra

In deze klas komen door alle wiskundige onderwerpen heen de verhoudingen aan bod [6, 1].

Het letterrekenen wordt aangezet bijvoorbeeld uitgaande van de renteformule

$R = \frac{K \times p \times t}{100}$ Dez formule moet ook in zijn andere vormen ($K = \dots$ etc.) uit het hoofd geleerd worden.

Substitutie van getallen voor variabelen.

Voorbeeldopgaven:

- a. Vul in $a=7$, $b=5$ en $c=3$ en bereken: $6 \times a + 4 \times b - 12 \times c = \dots$
- b. Gebruik de formule *Oppervlakte = lengte $\times$ breedte*, afgekort: $O = l \times b$ om de oppervlakte van verschillende rechthoeken te berekenen

Het rekenen wordt uitgebreid met procentrekenen, afronden en schattend rekenen. De getallenwereld wordt verder verkend. Begrippen zoals priemgetal, rijk getal en arm getal moeten gaan leven. Het moet duidelijk worden wát een kwadraat is.

De leerling kan zich met het rekenen geheel vrij bewegen door het gebied van de natuurlijke getallen. ($\mathbb{N}^+$)

- priemgetal
- delersom
- rijk of arm getal
- kwadraten

meetkunde

De meetkunde wordt aangezet vanuit het tekenen van cirkelfiguren en de bijzondere lijnen in een cirkel. Verder komen aan bod de regelmatige en onregelmatige driehoeken, vierhoeken en de constructies van regelmatige vijfhoeken en zeshoeken op een cirkel. Daarbij horen de begrippen hoeken en graden en oefeningen met de geodriehoek.

- Rechte hoek
- scherpe hoek
- stompe hoek
- gestrekte hoek

De vijf basisconstructies met passer en lineaal worden geleerd, maar moeten ook met de geodriehoek uitgevoerd kunnen worden.

- een lijnstuk middendoor delen
- een loodlijn neerlaten
- een loodlijn oprichten
- een hoek middendoor delen
- een hoek overbrengen
- een lijn tekenen, door een gegeven punt en evenwijdig aan een gegeven lijn

3 Zevende klas

3.1 Ontwikkelingsdoelen

In het leerplan in klas zeven staat het ontdekken van nieuwe werelden centraal. Dat betreft niet alleen de geschiedenis, maar ook de wiskunde. Net als in de geschiedenis van de rekenkunde de negatieve getallen relatief laat in gebruik genomen zijn als volwaardige getallen, zo wordt ook pas in klas 7 met deze getallen begonnen. De wereld van de negatieve getallen is er een waarin je je net als in die van de natuurlijke getallen rekenkundig kan bewegen, een wereld waar voor de regels ontdekt zullen worden en welke zich blijken aan te sluiten bij de regels van de reeds bekende getallenwereld. Belangrijk is dat er aandacht besteed wordt aan de kwaliteit van de bewerkingen. Zo heeft elke directe bewerking twee omkeerbewerkingen, afhankelijk van de vraag naar het actieve of het passieve element van de bewerking, zie [2]. Verder moet het verschil tussen het bewerkingssymbool en het minteken dat een negatief getal aanduidt goed duidelijk worden. Een hele periode negatieve getallen is te veel, dan zouden deze getallen te veel aandacht krijgen. In de eerste periode is ook ruimte voor wat algebra.

Voor zevende klassers zijn puzzelachtige mondelinge opgaven een stimulans om het hoofdrekenen verder te verbeteren. Voorbeelden "Het product van twee getallen is 6 en hun som is 5, welke zijn die twee getallen?" of "Ik neem een getal in mijn gedachten, vermenigvuldig dit met 6 en tel er 3 bij op. Dan krijg ik 18. welk getal was dat?"

In de algebra gaan we methodisch uit van evenwichten.[?] Net als de hefboomen en balansen in de natuurkunde geven de vergelijkingen het vertrouwen in een nog onbekende wereld.

Bij de hierboven genoemde rekenopgaven gaat het om het doorlopen van de terugweg t.o.v. de genoemde heenweg. Dit draagt bij aan het evenwicht gevoel. Verder behoren de bewerkingen pas echt tot de vaardigheden als ze in beide richtingen uitgevoerd kunnen worden. Hierbij sluit ook de algebra tot en met de eerstegraads vergelijkingen aan. Deze vergelijkingen blijven aanvankelijk volledig in het domein van de gehele getallen en worden dus steeds ontleend aan praktische situaties zoals de weegschaalproblemen. Pas op het laatst van de zevende klas komen er abstracte opgaven.

In de meetkunde worden de technieken verder uitgebreid en speelt voor het eerst het bewijzen een rol, bijvoorbeeld bij het bewijzen van de stelling dat de som van de hoeken van een driehoek 180° is.[?] Vooral het verschil tussen een voorbeeld situatie en een algemene uitspraak moet benadrukt worden.

3.2 Inhouden

rekenen en algebra

Rekenen en negatieve getallen

Optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen met positieve en negatieve getallen. Daarnaast ook kunnen rekenen met breuken, in elk geval als er geen letters in voorkomen. Verder wordt het rekenen uitgebreid met:

- priemgetallen
- GGD
- KGV
- deelbaarheid (regels uit het hoofd)
- driehoeksgetallen en vierhoeksgetallen
- machten van twee
- worteltrekken uit kwadraten
- hoofdrekenen met bijbehorende trucjes

Algebra tot en met de eerstegraadsvergelijkingen.

Het letterrekenen uit klas 6 wordt hierbij doorgezet tot en met vormen als:

$$3a(2a + 5b) = \dots \text{ en}$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Dat betekent dat er begrip moet zijn voor:

- Hoe zijn de basisberekeningen, optellen aftrekken vermenigvuldigen en delen, wanneer je letters gebruikt?
- Daarnaast het machtsverheffen, zowel zuiver met getallen als met letters. In elk geval tot en met het vermenigvuldigen en delen van machten.
- De invloed van haakjes op je berekeningen.
- De volgorde van je berekeningen.

vergelijkingen

Eerstegraadsvergelijkingen moeten opgelost kunnen worden, met haakjes uitwerken, verhuizen en controle door substitutie.

Voorbeeld: wat is a als je weet dat: $5(7a + 2) = 2(3a + 35)$?

vlakke meetkunde

In driehoeken worden de constructies van de bijzondere lijnen geoefend. Hierbij worden ingeschreven en omgeschreven cirkels getekend.

- bissectrice
- hoogtelijn
- zwaartelijn
- middelloodlijn

De congruentie van driehoeken wordt behandeld, de leerlingen moeten deze kunnen vaststellen en uit voorschriften driehoeken kunnen construeren met behulp van de congruentiegevallen ZZZ, ZHZ, ZHH, HZH en ZZR. Eigenschappen van hoeken bij twee evenwijdige lijnen gesneden door een derde lijn. Hierbij hoort het bewijs van de stelling: De som van de hoeken van een driehoek is gelijk aan een gestrekte hoek (180°)

Verder gaat het om translaties, spiegelingen, rotaties en vermenigvuldigen van figuren t.o.v. een punt.

Oppervlakte, omtrek en inhoud van figuren.

Stelling van Pythagoras voor de eenvoudigste driehoeken, met een oppervlakte bewijs.

En in de tekenlessen:

Doordringingen van bijvoorbeeld een kegel en een balk uit de hand schetsen.

3.3 Afsluiting en aandachtspunten

Al met al lijken dit vrij veel onderwerpen voor de drie wiskunde perioden:

- negatieve getallen en algebra
- algebra en vergelijkingen
- meetkunde, congruente driehoeken

In de twee vaklessen per week moet vooral de rekenkundige en algebraïsche vaardigheid geoefend worden. Om een goede werkhouding te stimuleren moeten deze vaklessen zeer goed gestructureerd worden. Meestal zullen ze gegeven worden worden door iemand die niet een wiskunde vakman is. Om deze docent in de vaklessen wiskunde te helpen zouden er gedetailleerde aanwijzingen en opgavenbundels gemaakt moeten worden.

3.4 Perioden en vaklessen

In klas zeven zien wij drie perioden hoofdonderwijs van elk drie weken waarin globaal genomen de volgende onderwerpen aan bod komen:

periode 1 Voortzetting van het rekenen en introductie van het rekenen met negatieve getallen, beginselen van het letterrekenen.

periode 2 Algebra tot en met de eerstegraads vergelijkingen, tekstopgaven.

periode 3 Meetkunde van driehoeken met bijzondere lijnen, congruente driehoeken, transformaties en stelling van Pythagoras

In de 2 vaklessen per week wordt geoefend met de stof die in de periode is ontmoet.

4 Achtste klas

4.1 Ontwikkelingsdoelen

De achtste klasser zoekt helderheid en vertrouwen. Het is een steun voor de ontwikkeling van de achtste klassers als de wereld zonder twijfel en twistpunten aan hen gepresenteerd wordt, dat geeft hen vertrouwen en helderheid. Het denken moet gaan over gewone concrete dingen, over tastbare zaken.

In z'n ontwikkeling is de achtste klasser in een bepaald opzicht op z'n diepst geïncarneerd. Hierbij sluit aan dat de lesstof uit het "aarde-element" gekozen wordt. Het gaat om de vaste structuren, in de talen is dat de grammatika, in de biologie het skelet en in de wiskunde zijn dat de rekenregels, de regels van de algebra. Het gaat bijvoorbeeld om het strikt en concreet toepassen van de merkwaardige producten.

In de meetkunde wordt die structuur gezocht en gevonden in de puntverzamelingen. Het puntenveld is eigenlijk de atomistische opvatting van het platte vlak. De vraag naar alle punten die even ver liggen van een punt als van een lijn geeft heldere structuur aan het vlak. Ook het besef dat er precies vijf platonische lichamen zijn en meer niet, en dat ze precies op deze en geen andere manier gemaakt kunnen worden geeft veel steun. Over de eigenschappen en de relaties tussen de platonische lichamen wordt pas later nagedacht. In de stelsels vergelijkingen wordt de oplossingsstructuur tot het skelet waarmee de soms uitgebreide onoverzichtelijke opgaven helder en doorzichtig worden.

Tegelijkertijd wordt in het beeldende, in de meetkunde een aanzet gegeven tot het beweeglijke denken. Nog lang niet beweeglijk in overdrachtelijke zin, maar nog puur beweging in concrete meetkundige situaties. Het vervormen van vlakke figuren bij een gelijkblijvend oppervlak geeft aan de ene kant de vastigheid van een vastblijvende grootte, de oppervlakte en aan de andere kant het idee van de vrijheid, in een beeld gegeven, om van de ene vorm in de andere over te gaan.

4.2 Inhouden

rekenen

De ervaring leert dat dit de laatste klas is waar je nog een keer kunt proberen iets aan het breukrekenen te verbeteren. Daar kun je dan het letterrekenen weer bij halen. Dus breukrekenen met letters waardoor je opnieuw naar het begripsmatige moet.

Opgaven als:

$$6a^2 \cdot \frac{5b}{2a} \quad 4b : \frac{2a}{b} \quad 3a + \frac{2a}{b}$$

algebra

De algebra wordt voortgezet tot en met machten en breukrekenen met letters. Daar komen bij de merkwaardige producten en ontbinden in factoren, herhaling KGV en GGD. In elk geval zouden alle standaardvormen aan bod moeten zijn geweest.

Dus opgaven van de vorm:

$$a(2a + 3b) = 2a^2 + 3ab$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)a + bc$$

Zowel het uitwerken van de haakjes als het ontbinden in factoren moet veelvuldig beoefend worden.

Aansluitend zou je als algebraïsche rekenopgave het kwadraatafsplitsen kunnen beoefenen.

Dus een opgave als

Schrijf $a^2 + 6a + 15$ in de vorm $(a + 3)^2 + 6$.

Dat dit zin heeft valt te beargumenteren met de vraag wat de kleinste uitkomst is wanneer je in de letterformule $a^2 + 6a + 15$ voor a allerlei verschillende getallen invult.

vergelijkingen

Stelsels vergelijkingen zijn ook standaard voor de achtste klas. Twee vergelijkingen (eerstegraads) met twee onbekenden in elk geval en voor de liefhebber ook meerdere vergelijkingen met meerdere onbekenden.

Als uitbreiding van de eerstegraadsvergelijkingen uit de zevende klas nu het begin van de *tweedegraadsvergelijkingen*. In aansluiting op het ontbinden kun je de eenvoudige vergelijkingen behandelen. En dan als vervolg op het kwadraatafsplitsen de wat ingewikkelder vormen. Het is niet zo heel moeilijk om er voor te zorgen dat er nog **geen wortelvormen** voorkomen. Wanneer het oplossen met behulp van kwadraatafsplitsen in deze klas voldoende geoefend kan worden is de stap in negen naar de algemene oplossing van een tweedegraadsvergelijking niet zo groot meer. De behandeling van deze vergelijkingsvormen sluit goed aan bij het standaardprogramma van de achtste klas: de merkwaardige producten. Voor de duidelijkheid: de *abc*-formule blijft in de negende klas.

Het begrip van de evenredigheid, en het werken met evenredigheden is van groot belang bij het rekenen met behulp van gelijkvormige driehoeken.

Samenvattend:

- basisbewerkingen in de algebra
- distributieve eigenschap (haakjes uitwerken)
- merkwaardige producten
- ontbinden in factoren
- kwadraatafsplitsen
- stelsels vergelijkingen
- tweedegraads vergelijkingen (zonder wortelvormen, zonder *abc*-formule)
- evenredigheden

meetkunde

Gelijkvormigheid van driehoeken kunnen vaststellen. Berekenen van lengtes in gelijkvormige driehoeken. Rekenen met verhoudingen en schalen. Zwaartelijnen en zwaartelijnenstelling.

Vormveranderende figuren bij gelijkblijvend oppervlakte: De notie zou moeten ontstaan dat elke vlakke vorm, begrensd door rechte lijnen, bij gelijkblijvend oppervlak omgevormd kan worden tot een vierkant. (i.t.t. een cirkel)

Vierhoeken op en binnen de cirkel:

vierkant, rechthoek, gelijkbenig trapezium, koordenvierhoek.

Vierhoeken aan en buiten de cirkel:

vierkant ruit, vlieger, raaklijnen vierhoek.

parallellogram, trapezium, willekeurige vierhoek.

Puntverzamelingen:

bissectrice, middelloodlijn, cirkel, ellips, hyperbool, parabool en zo mogelijk de krommen van Cassini en de cirkels van Apolonius.

Platonische en archimedische lichamen boetsen en uitslagen construeren. Stelling van Euler. Het is hier nog niet de bedoeling dat nu reeds al uitgebreide beschouwingen over polaire lichamen gehouden of berekeningen aan de ruimtelijke vormen gemaakt worden.

Perspectief schetsen. (in tekenlessen)

Samenvattend:

- gelijkvormigheid
- verhoudingen en schalen
- oppervlaktegetrouwe transformaties
- vierhoeken
- puntverzamelingen
- platonische en archimedische lichamen
- perspectief

4.3 Perioden en vaklessen

In klas acht zijn er ook drie perioden hoofdonderwijs van elk drie weken. In deze periode kan een combinatie gemaakt worden tussen een meetkunde deel en een algebra deel. Op de volgende manier:

periode 1 Driehoeken, vierhoeken en vormveranderingen.

Merkwaardige producten, haakjes uitwerken, ontbinden in factoren en kwadraat-afsplitsen.

periode 2 Puntverzamelingen. Tweedegraads vergelijkingen.

periode 3 Platonische en archimedische lichamen. Stelsels vergelijkingen, tekstopgaven.

In de 2 vaklessen per week wordt geoefend met de stof die in de periode is ontmoet, vooral met de algebra.

5 Negende klas

5.1 Ontwikkelingsdoelen

In de negende klas, maar vaak al eerder, breekt de puberteit in alle hevigheid los. De eigen voorkeuren en de eigen afkeuringen treden duidelijk op, veel leerlingen worden eigenwijs en eigenzinnig, kortom iets eigens van de persoonlijkheid komt te voorschijn. Er is echter nog heel veel onzekerheid om die nieuwe eigenschappen in balans te houden. Er gaat nog veel invloed of macht uit van de "groep", oordelen van de naaste omgeving spelen nog en belangrijke rol.

De mogelijkheid om echt de eigen positie en de eigen oordelen te gaan bepalen en zo

innerlijke veiligheid te verkrijgen is echter aanwezig. Ook hier speelt het denken een belangrijke rol. Het is nu minder sterk aan de waarneming gebonden, het vermogen om werkelijk te abstraheren ontwaakt. Een getal hoeft niet langer 3 of 11 te zijn, het kan door x voorgesteld worden en pas later een inhoud krijgen. Vanuit het concrete kan men abstracte redenering gaan opbouwen. Dit abstractere denken geeft de mogelijkheid om (nieuwe) verbanden te gaan ontdekken en zo — langzaam — voor de verschillende gebieden van het leven tot eigen oordelen te komen. Het gaat om vraagstukken en begrippen die in het concrete verankerd zijn en toch een abstracte denkkraft vragen, deze kunnen de ontwikkeling van het denken van de negende klasser ondersteunen. Het abstracte denken wordt aangesproken in de periode permutaties, combinaties en variaties, waar uitgaande van (gedachten-)experimenten formules gemaakt worden voor situaties die niet meer uitvoerbaar zijn (b.v. alle verwisselingen van 25 elementen = 25!) of voor algemenere situaties (b.v. binomium van Newton $(a + b)^n = \dots$). Om dezelfde reden wordt in klas 9 de abc -formule geïntroduceerd en kan er zinvol vanuit het verband tussen de rekenkundige en meetkundige rijen een begin gemaakt worden met de oneigenlijke machten. Ook het bewijzen in de meetkunde oefent dit abstractievermogen.

In klas negen moet vooral ten behoeve van het behandelen van goniometrie de (gewone) rekenmachine geïntroduceerd worden.

5.2 Inhouden

algebra

Een hoofdonderwerp voor klas negen blijven de irrationele getallen (π en g) en de tweedegraadswortels en hogere machtswortels. Rekenregels met wortelvormen en wortels vereenvoudigen. Oppervlakte en omtrek van een cirkel. Gulden snedegetal g en het verband met de wortelvormen.

De tweedegraadsvergelijkingen worden herhaald en nu uitgebreid met de abc -formule en de discriminant. Nu gaat het er om de algemene oplossing van een willekeurige vergelijking van de tweede graad te kunnen vinden. Dat is ook bevredigend voor de negende klasser. Je hebt één methode waarmee je alles te lijf kunt. Dat het in voorkomende gevallen handiger kan is eigenlijk pas weer van later zorg. Voor de snellen kan er gevarieerd worden met vergelijkingen van een hogere graad die via ontbinden terug te brengen zijn tot vergelijkingen van eerste en tweede graad. (algebraïsche staartdelingen?)

Samenvattend:

- wortelvormen
- rekenen met wortels
- wortels vereenvoudigen
- cirkels en π
- gulden snede
- abc -formule
- discriminant

combinatoriek

Dit blijft standaard voor de negende klas.

- rangschikken met en zonder herhaling
- routes in een rooster
- driehoek van Pascal
- Boom- en wegendiagram
- Verzamelingen (Venn, $\cap$ en $\cup$)
- Talstelsels, binair, octaal en hexadecimaal

- Boolese algebra (i.s.m. computerkunde)
- Binomium van Newton zie ook:[5].

goniometrie

In de vaklessen wordt een begin gemaakt met de goniometrische berekeningen in rechthoekige driehoeken tot en met de exacte waarden van $\sin$, $\cos$ en $\tan$.

In aansluiting op de meetkunde uit de achtste klas waar de gelijkvormigheid behandeld is kan een begin gemaakt worden met goniometrie. Wellicht blijft het bij heel eenvoudige opgaven binnen de rechthoekige driehoeken, maar zijn de begrippen wel daarmee geïntroduceerd. Het behandelen van de exacte waarden voor hoeken van 0, 30, 45, 60 en 90 graden kan goed in aansluiting op de irrationele getallen.

cirkelmeetkunde

- omgeschreven cirkel van scherpe, stompe en rechthoekige driehoek, herhaling van klas 7
- stelling van Thales
- constructie van raaklijnen aan de cirkel
- raaklijnen aan twee cirkels
- koordenstelling
- stelling van Pythagoras
 - meetkundig bewijs
 - algebraïsch bewijs
 - verband met de goniometrie ($\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$)
- meetkundig worteltrekken
- in-, om- en aangeschreven cirkels van een driehoek, herhaling uit klas 7
- bissectrice stelling
- negenpunts cirkel (verrijkingsstof)
- pool en poollijn (in verband gebracht met de rijen)
- machtlijn en macht van een punt t.o.v. een cirkel (verrijkingsstof)
- omtrek en oppervlakte van een cirkel (zie ook de periode irrationale getallen)

beschrijvende meetkunde

- vooraanzicht, zijaanzicht, bovenaanzicht van eenvoudige ruimtelijke figuren (voortzetting van de periode platonische lichamen van klas 8)
- eenvoudige doorsnijdingen van piramides (eventueel: kegels), exact geconstrueerd.

5.3 Afsluiting en aandachtspunten

Het programma voor de negende klassen dreigt overbeladen te worden. Waarschijnlijk moet er in klas negen in de vaklessen met nivogroepen gewerkt worden. Dat moet zeker in de tiende klas.

5.4 Perioden en vaklessen

In de negende klas is er zeker genoeg stof voor drie periodes, maar daar is waarschijnlijk geen ruimte voor. In twee periodes van elk drie weken zou dat als volgt ingedeeld kunnen worden:

periode 1 Irrationele getallen, combinatoriek en talstelsels.

periode 2 Cirkelmeetkunde en rijen en reeksen

Voor de 2 vaklessen per week blijft dan nog vrij veel staan. De belangrijkste onderwerpen zijn: Tweedegraads vergelijkingen verder oefenen en introductie van de *abc*-formule. Goniometrie (eerste deel) en beschrijvende meetkunde.

6 Tiende klas

6.1 Ontwikkelingsdoelen

In de tiende klas gaat het om het leggen van verbanden. Grote lijnen kunnen nu ontdekt en begrepen worden. Met de oneigenlijke machten en de logaritme wordt de algebra afgesloten en wordt de deur naar de analyse geopend. De eigen plaatsbepaling ten opzichte van de omgeving, het voegen in het geheel, vindt zijn beeld in het landmeten. De benodigde goniometrie hiervoor wordt dan ook afgerond. Vanuit hetzelfde gezichtspunt: het leggen van verbanden, het zoeken vanuit grote lijnen, kan ook het functiebegrip aangelopen worden. Een nieuw element van waaruit verder gewerkt kan worden is het gevoel. Dat wil zeggen dat het gevoel instrumenteel begint te worden en dat het gevoel voor harmonie en ritme het denken verder kan onderbouwen. Het duidelijkst wordt dit als op een gevoel voor symmetrie en ritme de rij $16 = 2^4$ $8 = 2^3$ $4 = 2^2$ $2 = 2^1$ voortgezet wordt tot in de oneigenlijke machten $1 = 2^0$ $\frac{1}{2} = 2^{-1}$ etc.

6.2 Inhouden

goniometrie

In de vaklessen wordt de goniometrie verder ontwikkeld tot en met de goniometrische vergelijkingen. Daarna komt het uitbouwen van de goniometrie, eerst binnen de meetkunde tot en met de sinus en cosinusformule. Daarna een overstap naar algebraïsche vormen. Het invoeren van radialen. Vergelijkingen van het type $\sin \alpha = \sin \beta$ en $\cos \alpha = \cos \beta$ moeten opgelost kunnen worden.

Samenvattend:

- sinus, cosinus en tangens van hoeken groter dan 90° en negatieve hoeken
- sinus, cosinus en tangens in de eenheidscirkel
- terugrekenen naar het eerste kwadrant
- de sinusïde
- radialen
- goniometrische vergelijkingen

Functieleer

Het assenkruis moet geïntroduceerd worden. Daarbij komen de functies en grafieken van eerste- en tweedegraads functies. Gebroken, exponentiële en logaritmische functies en van periodieke functies. Hierbij is de hoofdpoddracht om ze te tekenen en te ontdekken hoe ze eruit zien. Verder valt er te denken aan:

- formules met twee of meer variabelen
- lineaire verbanden
- exponentionele verbanden
- veranderingen
- omgekeerde functies

Landmeten

In een werkweek landmeten kunnen exacte kaarten van kleine gebieden gemaakt worden. Ook hoogteprofielen en hoogtekaarten kunnen onder dit gebied vallen. De leerlingen zijn praktisch met wiskunde bezig met:

- meetband
- schietlood
- waterpasinstrument
- theodoliet
- pentagonprisma

- jalon/jalonrichtter

Het geheel kan meetellen als praktische wiskundeopdracht.

ruimte meetkunde

De stereometrie wordt in klas 10 uitgebreid met de volgende onderwerpen:

- doorsnijdingsvlak, bepaald door drie punten, met kubus of balk
- snijlijn bepalen van twee doorsnijdingsvlakken in kubus of balk
- schaduwconstructies
- fragmenttekenen van ruimtelijke figuren
- oppervlakte en inhoud van een prisma
- piramide, cylinder, kegel, bol

Rijen en reeksen

Hierbij horen dan de somformules en de verschillende gemiddelden, interpolatie en extrapolatie.

Opgaven als:

De bevolking van Nederland groeit met 1% per jaar. We zijn nu met 17 miljoen. Hoeveel zijn er in 2050? Of: Als elke twee uur een bacteriehoeveelheid verdubbelt en op dit moment zijn er 1000, hoeveel zijn er dan morgen om dezelfde tijd?

Ooneindig voortlopende rijen en hun som horen hier ook bij. Vanuit het vergelijken van meetkundige en rekenkundige reeksen kom je tot oneigenlijke machten, en logaritmen tot en met logaritmische en exponentiële vergelijkingen.

Opgave:

Een bank geeft per jaar 6% rente en schrijft die rente maandelijks bij.

a *Tot hoeveel is een bedrag van 1000 gulden in 7 jaar en 4 maanden aangegroeid?*

b *Wat moet ik nu op de bank zetten om over 5 jaar en 8 maanden 2500 gulden te hebben als ik tussentijds niets meer extra bij zet.*

c *Hoe lang moet een bedrag van 700 gulden op de bank staan totdat het is aangegroeid tot 1000 gulden?*

d *Wat is het rentepercentage dat de bank per maand rekent?*

Samenvattend:

- oneigenlijke machten
- logaritmen & rekenregels
- logaritmische schalen
- logaritmische verbanden in de fysiologie en in de natuurkunde
- logaritmen met grondtallen 10 en e
- logaritmische vergelijkingen
- exponentiële vergelijkingen

Aansluitend komen de volgende onderwerpen worden aan bod.

- verhoudingen en schaal

Analytische meetkunde

- vergelijking van lijn, cirkel, ellips, hyperbool en parabool
- snijpuntbepaling van twee lijnen, twee cirkels en een lijn en een cirkel
- samenstelling van twee harmonische trillingen, ellips, lemniscaat, parameterkrommen.

6.3 Perioden en vaklessen

In klas tien zijn drie perioden hoofdonderwijs van elk drie weken noodzakelijk. Hierin komen de volgende onderwerpen aan bod:

periode 1 Rijen, reeksen, oneigenlijke machten en logaritmen.

periode 2 Functies en grafieken.

periode 3 Stereometrie en landmeten.

In de 2 vaklessen per week moet veel geoefend worden met het tekenen van grafieken, een stuk analytische meetkunde en het oplossen van allerlei vergelijkingen. Aan het begin of in de loop van klas 10 wordt de grafische rekenmachine geïntroduceerd.

7 Elfde klas

7.1 Ontwikkelingsdoelen

In de elfde klas is een van de thematieken de standpuntbepaling. Hoe stel ik me op tegenover de ander. Het gaat om het onderzoeken van verschillende standpunten, hetzelfde vanuit verschillende kanten bekijken. Als duidelijkste is dit te vinden in de cartografie: de aarde wordt op verschillende wijzen afgebeeld, waardoor steeds een totaal ander zicht ontstaat. Een begrip als parabool, of de ellips, zou je zo vanuit verschillende gezichtspunten kunnen behandelen. In de analytische meetkunde als meetkundige plaats, in de functieleer als grafiek van een tweedegraads functie, in de ruimtemeetkunde als kegelsnede en in de projectieve meetkunde als punt- en lijnconstructie. In de natuurkunde komen we in deze klas bij de (bewuste) introductie van het modellen denken. In de elfde klas is de twijfel een ontwikkelingsinstrument. Je kan het op deze manier zien, maar ook op een andere, wat is nu de waarheid, een vraag die pas in klas 11 op zijn plaats is. Zo is er in de kansrekening wel een zonder twijfel een antwoord te geven over de kans op een gebeurtenis, maar niet over de uitkomst van een individueel toevalsproces. In klas 11 is het ook mogelijk om te discussieren over de misbruik van de kansrekening bij uitspraken als 'de kans dat deze dijk doorbreekt is 1 op 100.000'.

De wiskunde als toegepast vak, als vak dat in andere disciplines gebruikt kan worden is dan terug te vinden in de kansrekening en de statistiek. Hoewel nieuw in een leerplan voor de Vrije School blijkt het dat de statistiek en kansrekening zo prominent aanwezig is in de maatschappij (krant, t.v.-journaal) en in zo veel profielen voorkomt dat het gerechtvaardigd is om er een periode voor te reserveren. Wat aan bod kan komen zijn kansrekening tot en met verwachtingswaarde. Hypothese-toetsing, verschillende statistische verwerkingen van onderzoeksgegevens.

7.2 Inhouden

Kansrekening en statistiek

- empirische en theoretische kansen, histogrammen, boom- en wegendiagrammen, roosters
- populatie en steekproef
- ordenen, verwerken, samenvatten van statistische gegevens
- normale verdeling
- rekenen met kansen (somregel, productregel, complementregel)
- binomiale verdeling
- speciale discrete verdeling

Functieleer tot en met differentiëren

Dat betekent dus uitbreiding van de periode uit klas tien en het differentiëren van allerlei functies. Dus ook hogere machtsfuncties en het bepalen van maxima en minima, opstellen van vergelijkingen van raaklijnen.

- exponentiële functies
- gebroken lineaire functies
- machtsfuncties
- logaritmische functies
- vergelijkingen en ongelijkheden
- afgeleide functie van machtsfuncties en de interpretatie hiervan
- periodieke functies $f(x) = a \sin b(x + c) + d$
- stijging en daling, toenemende/afnemende stijging/daling
- toename diagrammen
- aflezen minimum en maximum
- differentie quotiënt berekenen
- veranderingen beschrijven met differentie quotiënt

Vervolg ruimtemeetkunde

- vectorrekening in $\mathbb{R}_2$
- onderlinge ligging van punten, lijnen en vlakken
- afstanden en hoeken
- omwentelingslichamen, niet op analytische maar op stereometrische manier.

Projectieve meetkunde

- polariteit van kubus en octaëder
- duale grondeigenschappen in de ruimte, in het vlak en in het punt
- punt- en lijnenvelden in het vlak
- oneindige (oneigenlijke) elementen
- stelling van Desargues
- stelling van Pappos
- omstulpingen (door lineaire collineaties) van driehoeken, vierkanten en cirkels door het oneindige
- projectieve voortbrenging van kegelsneden
- pool en poollijn
- inversie

7.3 Afsluiting en aandachtspunten

De hoeveelheid stof vraagt ongetwijfeld om drie perioden:

- kansrekening en statistiek
- voortgezette functieleer
- projectieve meetkunde & omwentelingslichamen

7.4 Perioden en vaklessen

In de elfde klas stonden tot nu toe op de meeste scholen twee perioden, dat zullen er echter drie van elk drie weken moeten worden. De statistiek en kansrekening gaat een volle periode in klas 11 worden:

periode 1 Functies en grafieken, tweede deel, tot en met het differentiëren.

periode 2 Statistiek en kansrekening.

periode 3 Projectieve meetkunde.

In de perioden zouden de jaarklassen op niveau gesplitst moeten worden. De projectieve meetkunde is voor de vwo leerlingen het keuze onderwerp en voor de havisten een periode waarin onderzoekopdrachten uitgevoerd worden. Drie vaklessen per week is minimaal nodig, voor de N-profielen zelfs vier uur per week.

8 Twaalfde klas

8.1 Ontwikkelingsdoelen

In de twaalfde klas gaat het om de oefening en de voorbereiding op het verwezenlijken van je idealen. Een oriëntering op de toekomst, vanuit overzicht op wat is geweest. Dat vraagt tegenwoordigheid van geest, aanwezigheid in het moment. Dit momentsbeleven drukt zich in de wiskunde uit in de differentiaal- en integraalrekening, hoewel het differentiëren al aangelopen moet zijn in de elfde klas (via hellingfuncties bijvoorbeeld). Ook voor leerlingen die deze onderwerpen niet in hun examenprofiel hebben is een principiële kennismaking van belang.

Gezien de examendruk lijkt het waarschijnlijk dat de aandacht voor de ontwikkelingsdoelen in klas 12 gering zal zijn. Er zal voornamelijk aan de examenstof gewerkt worden.

Referenties

- [1] E. Bindel. *Grundlagen der Mathematik im Lichte der Anthroposophie*. Stuttgart, Waldorfschul-Spielzeug und Verlag, 1928.
- [2] Louis Locher-Ernst. *Arithmetik und Algebra*. Philosophisch–Anthroposophischer Verlag am Goetheanum, Dornach/Schweiz, 1984.
- [3] Rudolf Steiner. *Erziehungskunst Methodisch - Didaktisches*, volume Erziehungskunst of GA 294. Rodolf Steiner Verlag Dornach Schweiz, 1975.
- [4] E. A. Karl Stockmeyer. *Rudolf Steiners Lehrplan für die Waldorfschulen*. Pädagogische Forschungsstelle, 1976.
- [5] B. Ulin. *Der Lösung auf der Spur*. Number 3-7725-0248-2. Verlag Freies Geistesleben, 1987.
- [6] Kees van Broekhuizen. *Rekenen in beweging*. Number 9032915989. SLO/VPC, 1994.
- [7] C. von Heydebrand. *Vom Lehrplan der Freien Waldorfschule*. Number 3-7725-0200-8. Freie Waldorfschule Stuttgart, 1978.

(Bestandsnaam: Leerplan.tex)